

ОСОБЕННОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ САМОБАЛАНСИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА В СОСТАВЕ НЕУРАВНОВЕШЕННОЙ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ

Канд. техн. наук Г.Д.ШЕКУН, канд. техн. наук А.Н.ГОРБЕНКО

Рассмотрен механизм перераспределения энергии колебаний неуравновешенной роторной системы с использованием самобалансирующего устройства (СБУ). Получена математическая модель динамики нелинейных колебаний системы введением нелинейных связей. Показано, что движения СБУ пассивного типа в области закритического режима сопровождаются самопроизвольным переходным колебательным процессом.

За последние годы опубликован ряд теоретических работ, посвященных управлению поперечными колебаниями неуравновешенных роторных систем [1—3]. Исследование механических самобалансирующих устройств (СБУ), разработка способов и методов автоматической коррекции дебаланса высокоскоростных роторов [4—6] способствуют развитию прикладной теории колебаний абсолютно твердых тел с дополнительно присоединенной массой в инерционном поле вращательного движения. Для таких СБУ, как одной из форм воздействия на линейные и угловые перемещения дисков, насаженных на упругоподвешенную ось, характерно наличие свободно перемещающихся компенсирующих масс (КМ) [5—7]. Динамика КМ такова, что на некоторых не резонансных режимах их инерционные силы нейтрализуют силы как статической, так и динамической неуравновешенности роторной системы [8]. В качестве КМ чаще всего используются абсолютно твердые шарики или кольца (маятники), размещенные в полости твердого тела, например, самобалансирующего диска (СБД) [6,9]. Полученные в [9,10] качественные результаты свидетельствуют о том, что эффективность СБУ (при коррекции дебаланса расчетной схемы) определяется амплитудно-частотной характеристикой роторной системы. Автоматическое уравновешивание дебаланса наступает при условии, когда частота вращения вала превышает свободную частоту колебаний системы, т.е. в области закритического режима [II].

Однако известные математические модели и принятые методы их решений не всегда полностью отражают многогранность различных факторов, влияющих на динамику неуравновешенных систем при использовании СБУ. Так, в [11] рассматривается условие устойчивого равновесного положения КМ при отсутствии прогибов вала, в [12] принято, что при движении ротора КМ неподвижны относительно диска и т.д. Вполне очевидно, что подобные допущения существенно упрощают динамическую модель СБУ. Но такая постановка задачи не отражает влияния нелинейных связей между координатами вынужденных колебаний твердого тела и присоединенной массы (диска и КМ), которые могут оказаться неустойчивыми. Возникновение такой неустойчивости [13] сопровождается изменением не только режима, но и размерности движения твердого тела: вместо движения в направлении одной координаты возникают движения в направлении двух и более координат. Учет механизма перераспределения энергии колебаний может быть осуществлен введением нелинейных связей между координатами системы, которые содержатся в уравнениях движения.

Физическая модель колебаний КМ в полости диска при их совместном движении. При установившемся стационарном движении СБУ в составе роторной системы

№ 2—3

1999

мы КМ занимают в полости диска определенное неизменное положение. В этом случае силы, стремящиеся вывести КМ из установившегося динамического равновесия, уравновешены. Однако именно в стационарном движении могут возникнуть малые угловые колебания КМ, обусловленные различного рода возмущениями (мгновенным смещением относительно диска, переходным процессом при неустойчивой частоте вращения ротора и т.д.). Как только КМ выведена из равновесного состояния, на нее начинает действовать неуравновешенная сила, направленная в сторону положения динамического равновесия (восстанавливающая сила). Таким образом, малые колебания КМ относительно диска в роторной системе при их совместном вынужденном вращении носят характер свободных колебаний маятника, находящегося в центральном поле сил. Поэтому, анализируя свободные колебания КМ в полости диска, нетрудно определить их частоту, хотя их амплитуда остается неопределенной, так как зависит от начальных условий (степени возмущения). Кроме этого, в отличие от традиционного маятника динамика рассматриваемой системы осложняется наличием взаимосвязи между колебаниями КМ и движением точки подвеса «маятников», а также множественностью свободно перемещающихся КМ.

В качестве расчетной модели принято абсолютно твердое осесимметричное тело, вращающееся вокруг упругоподвешенной оси, которая движется поступательно. На ось насажено конечное число одинаковых математических маятников, движение которых независимо относительно несущего тела (диска). Решение задачи основывается на аналитическом исследовании колебаний неуравновешенной роторной системы с применением СБУ.

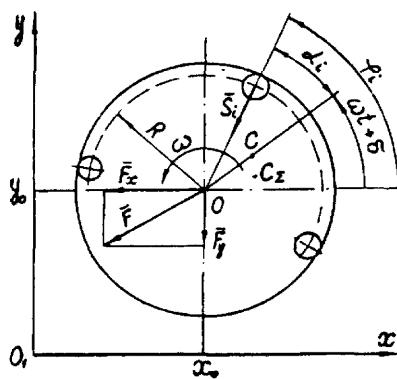
Расчетная схема роторной системы. Рассмотрим неуравновешенный ротор с самобалансирующим диском (СБД), вращающийся с угловой скоростью ω . С безмассовым валом двухпоршного ротора жестко связан диск массой M , плоскость которого пересекается осью вала (рис. 1) в центре диска O . Положение диска симметрично относительно опор вала. Ось z проходит через оси подшипников ротора, система координат O_1xyz — неподвижна. Эксцентриситет диска OC , где C — центр массы диска. Общий центр масс СБД (массы диска и масс КМ) точка C_Σ . Пространственное положение КМ характеризуется углом φ_i для i -ой КМ относительно оси x и углом α_i — относительно центра масс диска C . В рассматриваемом случае $\alpha_i = \text{const}$. Начальный момент ($t = 0$) фиксируется углом δ , т.е. углом между осями OC и x . Кроме этого, безинерционный вал обладает силой упругости F . Схематизация СБУ моделирует совместную работу диска и размещенных в его плоскости свободных КМ в виде n абсолютно твердых шариков. Внутреннее и внешнее трения отсутствуют. Предлагаемое исследование представляет собой анализ математической модели СБД как элемента роторной системы с учетом угловых колебаний КМ.

Рис. 1. Расчетная схема самобалансирующего диска

сматриваемом случае $\alpha_i = \text{const}$. Начальный момент ($t = 0$) фиксируется углом δ , т.е. углом между осями OC и x . Кроме этого, безинерционный вал обладает силой упругости F . Схематизация СБУ моделирует совместную работу диска и размещенных в его плоскости свободных КМ в виде n абсолютно твердых шариков. Внутреннее и внешнее трения отсутствуют. Предлагаемое исследование представляет собой анализ математической модели СБД как элемента роторной системы с учетом угловых колебаний КМ.

Математическая модель малых колебаний КМ в полости СБД. Учитывая сложность поставленной задачи, первоначально оценим собственную частоту колебаний i -ой КМ в упрощенной постановке.

Рассмотрим механическую систему, изображенную на рис. 2 и представляющую математический маятник OA . Точка O подвеса маятника равномерно вращается вокруг неподвижного центра O_1 со скоростью ω . Предположим, что колебания i -ой КМ массой m (точка A) не влияют на траекторию движения точки O .



Уравнение движения КМ под действием реакции связи \bar{S} представим в виде

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_A &= -S \cos(\omega t + \varphi_A); \\ m\ddot{y}_A &= -S \sin(\omega t + \varphi_A); \end{aligned} \quad (1)$$

или $\ddot{x}_A \sin(\omega t + \varphi_A) - \ddot{y}_A \cos(\omega t + \varphi_A) = 0,$ (2)

где x_A, y_A — координаты КМ, φ_A — ее угловое отклонение от положения равновесия.

Из рис. 2 следует

$$\begin{aligned} x_A &= R_0 \cos \omega t + R \cos(\omega t + \varphi_A); \\ y_A &= R_0 \sin \omega t + R \sin(\omega t + \varphi_A). \end{aligned} \quad (3)$$

После подстановки (3) в (2) получаем уравнение свободных угловых колебаний i -ой КМ (маятника)

$$\ddot{\varphi}_A + \omega_i^2 \sin \varphi_A = 0, \quad \left(\omega_i^2 = \frac{R_0}{R} \omega^2 \right), \quad (4)$$

где ω_i — собственная частота малых колебаний i -ой КМ, для которых $\sin \varphi_A \approx \varphi_A$. Из (4) следует, что при соотношении величин $R_0 \ll R$ (характерное для ротора с СБД) частота свободных колебаний КМ $\omega_i^2 \ll \omega^2$.

Особенностью рассмотренного маятника является зависимость частоты его свободных колебаний от скорости вращения точки подвеса. С другой стороны, аналогичный результат получается при использовании уравнений [14] для i -ой КМ в составе СБД с координатами x и y в форме [9]

$$\left. \begin{array}{l} \ddot{x} \sin \varphi_i - \ddot{y} \cos \varphi_i = R \dot{\varphi}_i; \\ x = a \cos \omega t - b \sin \omega t; \\ y = b \cos \omega t + a \sin \omega t; \\ \varphi_i = \omega t + \delta + \alpha_i + \psi_i, (i = 1, \dots, n) \end{array} \right\}, \quad (5)$$

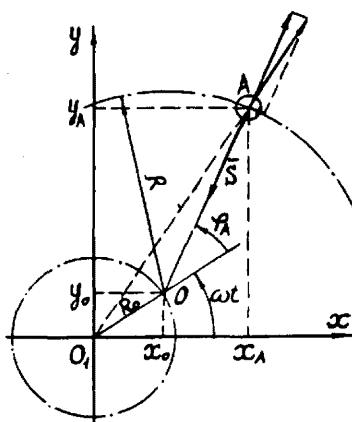


Рис. 2 Принципиальная схема неуравновешенной роторной системы

где ψ_i — переменный угол отклонения i -ой КМ от среднего положения α_i (рис. 1).

Рассматривая независимость колебаний КМ и точки крепления диска к валу (точек подвеса маятников), можно допустить, что величины a и b постоянны и независимы от ψ_i и t . Тогда, выражение для частоты колебаний КМ относительно диска будет

$$\omega_i^2 = \frac{R_0}{R} \omega^2, \text{ где } R_0 = \sqrt{a^2 + b^2}. \text{ Для окончательного}$$

обоснования полученного соотношения частот, рассмотрим движение ротора с СБД в существенно за- критической области, когда $\omega \gg P$ (P — собственная частота колебаний системы). В этом случае используем уравнения движения СБД в наиболее общей постановке [12], которые учитывают колебания диска и КМ. При $\omega \gg P$ силы инерции значительно превосходят силы упругости и уравнения [12] можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} M_{\Sigma} \ddot{x} &= Me\omega^2 \cos(\omega t + \delta) - mR \sum_{i=1}^n \cos'' \varphi_i; \\ M_{\Sigma} \ddot{x}\dot{y} &= Me\omega^2 \sin(\omega t + \delta) - mR \sum_{i=1}^n \sin'' \varphi_i; \\ \ddot{x} \sin \varphi_i - \ddot{y} \cos \varphi_i &= R\ddot{\varphi}_i, (i = 1, \dots, n, M_{\Sigma} = M + nm) \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где e -- эксцентризитет (расстояние ОС, рис. 1).

Полагая, что $\varphi_i = \omega t + \delta + \alpha_i + \psi_i$, а ψ_i не обязательно периодическая, но одинаковая для любой i -ой КМ, после подстановки φ_i в (6) получим

$$Me\omega^2 \sin(\alpha_i + \psi_i) + mR \left[-\sin \psi_i \sum_{i=1}^n \cos'' \varphi_i + \cos \varphi_i \sum_{i=1}^n \sin'' \varphi_i \right] = M_{\Sigma} R \ddot{\varphi}_i \quad (i = 1, \dots, n). \quad (7)$$

Учитывая, что $\dot{\varphi}_i = \dot{\omega} + \dot{\psi}_i$ и $\ddot{\varphi}_i = \ddot{\psi}_i$, после суммирования по n получим

$$Me\omega^2 \sum_{i=1}^n \sin(\alpha_i + \psi_i) + MR \ddot{\psi}_i \left[\left(\sum_{i=1}^n \sin \varphi_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \cos \varphi_i \right)^2 \right] = M_{\Sigma} R n \ddot{\psi}_i. \quad (8)$$

Для малой функции ψ_i , без учета величин второго порядка малости, имеем

$$\left(\sum_{i=1}^n \sin \varphi_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \cos \varphi_i \right)^2 = \left[\sum_{i=1}^n \cos(\delta + \alpha_i) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^n \sin(\delta + \alpha_i) \right]^2. \quad (9)$$

В [14] показано, что для СБД при любой ω справедливо равенство $\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i = 0$,

поэтому после преобразований (9) имеем

$$\left[M_{\Sigma} n - m \left(\sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right)^2 \right] R \ddot{\psi}_i - Me\omega^2 \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \psi_i = 0, \quad (10)$$

а с учетом $\sum_{i=1}^n \cos \alpha_i = -\frac{Me}{mR}$ (для $\omega >> P$ [14]) окончательно получим дифференциальное уравнение малых колебаний КМ в виде

$$\left[M_{\Sigma} n \frac{mR}{Me} - \frac{Me}{R} \right] R \ddot{\psi}_i + Me\omega^2 \psi_i = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) соответствует линейным колебаниям обычного механического осциллятора, и его решение есть гармоническая функция с частотой

$$\omega_i^2 = \frac{M}{M_{\Sigma} n \frac{mR}{Me} - M \frac{e}{R}} \omega^2; \quad (12)$$

или

$$\omega_i^2 = \frac{1}{(1+\mu) \frac{\mu}{\rho} - \rho} \rho \omega^2, \quad \left(\mu = \frac{nm}{M}; \rho = \frac{e}{R} \right). \quad (13)$$

Следовательно, при характерных для СБД соотношениях ($\rho \ll 1, \mu/\rho > 1$) справедливо неравенство $\omega_i \ll \omega$. Необходимо отметить, что для получения искомого выражения никаких предположений о характере функции $\psi_i(t)$, кроме ее малости и периодичности, не принималось.

Анализ уравнения движения СБД с учетом колебаний КМ относительно диска. Основой математической модели СБД также служит система уравнений [14]. Учитывая, что φ_i в общем случае нелинейная функция от t , а $F_x = kx$ и $F_y = ky$, где k — жесткость вала, окончательно имеем

$$\left. \begin{aligned} M_{\Sigma} \ddot{x} + kx &= M e \omega^2 \cos(\omega t + \delta) - m R \sum_{i=1}^n \cos'' \varphi_i; \\ M_{\Sigma} \ddot{y} + ky &= M e \omega^2 \sin(\omega t + \delta) - m R \sum_{i=1}^n \sin'' \varphi_i; \\ \ddot{x} \sin \varphi_i - \ddot{y} \cos \varphi_i &= R \ddot{\varphi}_i, \quad (i = 1, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Текущее угловое положение i -ой КМ представим в виде

$$\varphi_i = \omega t + \delta + \alpha_i + \psi_i, \quad (i = 1, \dots, n) \quad (15)$$

где ψ_i — некоторая малая периодическая (не обязательно гармоническая) функция от времени t с частотой $\omega_i \ll \omega$.

Следует отметить, что утверждение в [10] о функции ψ_i некорректно: в соответствии с определением ψ_i — есть «периодическая функция времени t с периодом $2\pi/\omega$, т.е. с частотой ω ». Из полученных результатов, очевидно, что частота колебаний КМ относительно диска подлежит определению из анализа его свободных колебаний и может быть равна частоте вращения ротора ω лишь в частном случае. Кроме того, при стационарном движении без возмущений при $\omega = \text{const}$ имеем $\psi_i \equiv 0$.

При относительно малой функции ψ_i можно записать

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi_i &= \cos(\omega t + \delta + \alpha_i) - \psi_i \sin(\omega t + \delta + \alpha_i); \\ \sin \varphi_i &= \sin(\omega t + \delta + \alpha_i) + \psi_i \cos(\omega t + \delta + \alpha_i); \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi_i &= a_{\varphi} \cos \omega t - b_{\varphi} \sin \omega t \quad \left| \begin{array}{l} a_{\varphi} = \cos(\delta + \alpha_i) - \psi_i \sin(\delta + \alpha_i); \\ b_{\varphi} = \psi_i \cos(\delta + \alpha_i) + \sin(\delta + \alpha_i) \end{array} \right. \\ \sin \varphi_i &= b_{\varphi} \cos \omega t + a_{\varphi} \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Рассмотрим случай, когда характер возмущения таков, что функция ψ_i равнозначна для любой i -ой КМ. Тогда, уравнения движения СБД в системе (14) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} M_{\Sigma} \ddot{x} + kx &= A_{\psi} \cos \omega t - B_{\psi} \sin \omega t; \\ M_{\Sigma} \ddot{y} + ky &= B_{\psi} \cos \omega t + A_{\psi} \sin \omega t; \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$A_\psi = eM\omega^2 \cos \delta + mR \left[(2\ddot{\psi}_i + \omega) \omega \sum_{i=1}^n \cos(\delta + \alpha_i) + (\ddot{\psi}_i - \psi_i \omega^2) \sum_{i=1}^n \sin(\delta + \alpha_i) \right];$$

$$B_\psi = eM\omega^2 \sin \delta + mR \left[-(\ddot{\psi}_i - \psi_i \omega^2) \sum_{i=1}^n \cos(\delta + \alpha_i) + (2\ddot{\psi}_i + \omega) \sum_{i=1}^n \sin(\delta + \alpha_i) \right].$$

Учитывая, что $\omega_i \ll \omega$, можно считать $A_\psi \approx \text{const}$ и $B_\psi \approx \text{const}$, тогда решение системы (18) будет

$$\begin{cases} x = a_\psi \cos \omega t - b_\psi \sin \omega t; \\ y = b_\psi \cos \omega t + a_\psi \sin \omega t; \end{cases} \quad (19)$$

$$a_\psi = \frac{A_\psi}{M_\Sigma (P^2 - \omega^2)}; \quad b_\psi = \frac{B_\psi}{M_\Sigma (P^2 - \omega^2)}; \quad P^2 = \frac{k}{M_\Sigma}.$$

Решение (19) подставим в уравнение движения i -ой КМ в системе (14). Считая a_ψ и b_ψ постоянными, после преобразований получим

$$-a_\psi \sin(\delta + \alpha_i + \psi_i) + b_\psi \cos(\delta + \alpha_i + \psi_i) = \frac{R}{\omega^2} \ddot{\psi}_i, \quad (i = 1, \dots, n). \quad (20)$$

Из (20) видно, что «быстрое» время ωt сократилось, а осталось только «медленная» функция ψ_i . Раскрыв далее функции \sin и \cos , с учетом малости ψ_i получим для i -ой КМ

$$\begin{aligned} &-a_\psi \sin(\delta + \alpha_i) + b_\psi \cos(\delta + \alpha_i) - \\ &-\psi_i [a_\psi \cos(\delta + \alpha_i) + b_\psi \sin(\delta + \alpha_i)] = \frac{R}{\omega^2} \ddot{\psi}_i, \quad (i = 1, \dots, n). \end{aligned} \quad (21)$$

Полученное дифференциальное уравнение описывает колебания КМ относительно диска. Однако решить его не представляется возможным, так как величины a_ψ и b_ψ нетривиально зависят от ψ_i . Поэтому предварительно проанализируем движение КМ «в среднем», т.е. средние (по времени) положения КМ, относительно которых происходят их колебания. Для этого осредним (21) по «большому» периоду $2\pi/\omega$. Очевидно, что осредненные значения функции ψ_i и ее производные $\dot{\psi}_i = \ddot{\psi}_i = 0$. Обозначая $\bar{a}_\psi = a$; $\bar{b}_\psi = b$, получим

$$\begin{aligned} &-a \sin(\delta + \alpha_i) + b \cos(\delta + \alpha_i) = 0, \quad (i = 1, \dots, n); \\ &a = \frac{\omega^2}{M_\Sigma (P^2 - \omega^2)} \left[M e \cos \delta + m R \sum_{i=1}^n \cos(\delta + \alpha_i) \right]; \\ &b = \frac{\omega^2}{M_\Sigma (P^2 - \omega^2)} \left[M e \sin \delta + m R \sum_{i=1}^n \sin(\delta + \alpha_i) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Рассматривая прежде всего положение общего центра масс, расположенных в полости диска КМ, для этого просуммируем (21) по $i = 1, \dots, n$, получим

$$e \frac{M}{M_\Sigma} \frac{\omega^2}{P^2 - \omega^2} \sum_{i=1}^n \sin \alpha_i = 0. \quad (23)$$

Для нерезонансного режима ($P \neq \omega$) из (23) имеем

$$\sum_{i=1}^n \sin \alpha_i = 0. \quad (24)$$

После подстановки (24) в (22) получим следующее выражение

$$\left(Me + mR \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right) \sin \alpha_i = 0, \quad (i = 1, \dots, n), \quad (25)$$

которому соответствует два решения:

$$\text{решение 1: } \sin \alpha_i = 0, \quad i = 1, \dots, n; \quad (26)$$

$$\text{решение 2: } \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i = -\frac{Me}{mR}. \quad (27)$$

Решения (26) и (27) находятся в соответствии с результатами [12, 14], полученными для стационарного режима СБД без учета колебаний КМ. В [11] показано, что (26) устойчиво только для докритического режима ($\omega < P$), а (27) — только для закритического режима ($\omega > P$).

Учитывая (24) и (25) и равнозначность функции ψ_i (и соответственно a_ψ и b_ψ) для всех КМ из (21), после суммирования по i получим

$$\begin{aligned} & -mR(\ddot{\psi}_i - \psi_i \omega^2) \left(\sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right)^2 - \\ & - \left[Me\omega^2 + mR(2\dot{\psi}_i + \omega) \omega \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right] \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \psi_i = \\ & = M_\Sigma (P^2 - \omega^2) \frac{Rn}{\omega^2} \ddot{\psi}_i; \end{aligned} \quad (28)$$

или

$$\begin{aligned} & \left[M_\Sigma n \frac{P^2 - \omega^2}{\omega^2} + m \left(\sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right)^2 \right] R \ddot{\psi}_i - \\ & - 2mR\omega \left(\sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right)^2 \psi_i \dot{\psi}_i + Me\omega^2 \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \psi_i = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

Уравнения (28) и (29) — нелинейны. Однако их можно линеаризовать. Допустим, что $\dot{\psi}_i = \omega$, а эксцентризитет $e = R$. В этом случае коэффициент при малом параметре ψ_i второго слагаемого (29) будет как минимум на два порядка меньше коэффициента при ψ_i , третьего слагаемого. Этот качественный вывод обосновывается тем, что m — компенсирующая масса i -ой КМ, как известно намного меньше массы диска M ($m/M < 0,01$). А учитывая то, что в неуравновешенных роторных конструкциях эксцентризитет $e \ll R$, а ψ_i по определению — малая периодическая функ-

ция с частотой $\omega_i \ll \omega$ и, следовательно, $\dot{\psi}_i \ll \omega$, уравнение (29) можно записать в виде

$$\left[M_{\Sigma} n \frac{P^2 - \omega^2}{\omega^2} + m \left(\sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right)^2 \right] R \ddot{\psi}_i + M e \omega^2 \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \psi_i = 0. \quad (30)$$

Выражение (30) представляет линейное дифференциальное уравнение колебания i -ой КМ [15]. Решение (30) — гармоническая функция вида

$$\psi_i = C_1 \cos \omega_i t + C_2 \sin \omega_i t, \quad (C_1 = \text{const}, C_2 = \text{const}) \quad (31)$$

с частотой изменения

$$\omega_i^2 = \frac{M e \omega^2 \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i}{\left[M_{\Sigma} \left(P^2 - \omega^2 \right) \frac{n}{\omega^2} + m \left(\sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right)^2 \right] R} = \frac{M}{M_{\Sigma} \left(\frac{P^2}{\omega^2} - 1 \right) \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i + m \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i} \frac{e}{R} \omega^2. \quad (32)$$

Полученный в первом приближении результат позволяет заключить, что ψ_i есть малая гармоническая функция с частотой ω_i . Причем частота ω_i зависит не только от $\omega^2 e / R$, но и от массы диска, от массы, количества и расположения КМ в полости СБД, а также от режима работы роторной системы (26), (27). Последнее связано с тем, что для СБУ пассивного типа характерно существенное отличие по расположению КМ в до — и закритической области по ω [14]. С учетом (26) и (27) можно получить следующие выражения:

— докритический режим ($\omega < P$)

$$\omega_i^2 = \frac{M}{M_{\Sigma} \left(\frac{P^2}{\omega^2} - 1 \right) + m} \frac{e}{R} \omega^2 = \frac{1}{(1+\mu) \left(\frac{P^2}{\omega^2} - 1 \right) + \mu} \rho \omega^2; \quad (33)$$

— закритический режим ($\omega > P$)

$$\omega_i^2 = \frac{M}{M_{\Sigma} \left(1 - \frac{P^2}{\omega^2} \right) n \frac{mR}{Me} - \frac{e}{R} M} \frac{e}{R} \omega^2 = \frac{1}{(1+\mu) \left(1 - \frac{P^2}{\omega^2} \right) \frac{\mu}{\rho} - \rho} \rho \omega^2. \quad (34)$$

Из (33) и (34) следует, что при характерных для СБД соотношениях ($\rho \ll 1$, $\mu/\rho > 1$), справедливо неравенство $\omega_i \ll \omega$ во всем диапазоне ω , а при $\omega \rightarrow \infty$ формула (34) совпадает с (13).

Для анализа динамики СБД подставим в (18) значения A_{ψ} , B_{ψ} из (17). В результате получим уравнения движения геометрического центра диска в явном виде

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{M_{\Sigma}(P^2 - \omega^2)} \left[\left(Me\omega^2 + mR(2\ddot{\psi}_i + \omega)\omega \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right) \cos(\omega t + \delta) + \right. \\ &\quad \left. + mR(\ddot{\psi}_i - \psi_i \omega^2) \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \sin(\omega t + \delta) \right]; \\ y &= \frac{1}{M_{\Sigma}(P^2 - \omega^2)} \left[\left(Me\omega^2 + mR(2\ddot{\psi}_i + \omega)\omega \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \right) \sin(\omega t + \delta) - \right. \\ &\quad \left. - mR(\ddot{\psi}_i - \psi_i \omega^2) \sum_{i=1}^n \cos \alpha_i \cos(\omega t + \delta) \right] \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Учитывая (14) и (15) и условие $\omega_i \ll \omega$, (35) можно записать так

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{M_{\Sigma}(P^2 - \omega^2)} \left[Me\omega^2 \cos(\omega t + \delta) - mR \sum_{i=1}^n \cos''(\omega t + \delta + \alpha_i + \psi_i) \right]; \\ y &= \frac{1}{M_{\Sigma}(P^2 - \omega^2)} \left[Me\omega^2 \sin(\omega t + \delta) - mR \sum_{i=1}^n \sin''(\omega t + \delta + \alpha_i + \psi_i) \right] \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Для нерезонансного режима ($P \neq \omega$), учитывая (26) и (27), уравнения движения центра диска выразим следующим образом:

— докритический режим ($\omega < P$)

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{M_{\Sigma}(P^2 - \omega^2)} \left\{ (Me + nmR)\omega^2 \cos(\omega t + \delta) + \right. \\ &\quad \left. + nmR[2\dot{\psi}_i \omega \cos(\omega t + \delta) + (\ddot{\psi}_i - \psi_i \omega^2) \sin(\omega t + \delta)] \right\}; \\ y &= \frac{1}{M_{\Sigma}(P^2 - \omega^2)} \left\{ (Me + nmR)\omega^2 \sin(\omega t + \delta) + \right. \\ &\quad \left. + nmR[2\dot{\psi}_i \omega \sin(\omega t + \delta) - (\ddot{\psi}_i - \psi_i \omega^2) \cos(\omega t + \delta)] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

— закритический режим ($\omega > P$)

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{1}{M_{\Sigma}(\omega^2 - P^2)} Me[2\dot{\psi}_i \omega \cos(\omega t + \delta) + (\ddot{\psi}_i - \psi_i \omega^2) \sin(\omega t + \delta)]; \\ y &= -\frac{1}{M_{\Sigma}(\omega^2 - P^2)} Me[2\dot{\psi}_i \omega \sin(\omega t + \delta) - (\ddot{\psi}_i - \psi_i \omega^2) \cos(\omega t + \delta)] \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Выводы

1. Колебания КМ относительно диска при их совместном вращении на упруго-подвешенной оси носят характер свободных колебаний масс в центральном поле сил и могут быть вызваны нестационарными возмущениями в установившемся движении СБД.

2. Частота колебаний КМ пропорциональна скорости вращения ротора. При этом коэффициент пропорциональности определяется конструктивными особенностями СБД, его дебалансом и режимом частотной характеристики.

3. В закритической области возникает эффект автоматической уравновешенности произвольной роторной системы. При этом система совершает малые колебания вблизи оси подшипников с частотой колебаний КМ и ее движение носит характер «биения» колебаний с малой амплитудой, в результате которого система переходит от прежнего состояния-режима вынужденных колебаний в новое состояние — в режим резонансных нелинейных пространственных колебаний. В результате процесса перераспределения энергии между координатами, последний режим приобретает характер стационарного движения.

4. Таким образом, роторная система, снабженная СБУ, при определенных условиях может оказаться в режиме неустойчивости, сопровождающимся самопроизвольным переходным колебательным процессом из прежнего устойчивого состояния в новое также устойчивое состояние. При этом, и прежде, и новое устойчивые состояния являются состояниями динамического равновесия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кельзон А.С., Малинин Л.М. Управление колебаниями роторов/ Под.ред. К.М.Рагульского.— СПб: Политехника, 1992.— 120 с.
2. Добрынин С.А., Фельдман М.С., Фирсов Г.И. Методы автоматизированного исследования вибрации машин: Справочник.— М: Машиностроение, 1987.— 224 с.
3. Кальменс В.Я. Обеспечение вибонадежности роторных машин на основе методов подобия и моделирования.— СПб.: СЗПИ, 1992.— 373 с.
4. Автоматическая балансировка роторов машин. А.А.Гусаров, В.И.Сусанин, Л.Н.Шаталов и др. М: Наука, 1979.— 152 с.
5. Куинджи А.А., Колосов Ю.А., Народницкая Ю.И. Автоматическое уравновешивание роторов быстроходных машин.— М: Машиностроение, 1974.— 152 с.
6. Шекун Г.Д., Горбенко А.Н., Цзян Хуань Шуан. Самобалансирующее устройство. Полезная модель. Свидетельство № 1380: Бюл. № 12 от 16.12.95, с. 117.
7. Гулиа Н.В. Инерция.— М: Наука, 1982.— 152 с.
8. Ден-Гартог Д.П. Механические колебания.— М.: Физматгиз, 1960.— 580 с.
9. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара.— Л.: Машиностроение, 1976.— 320 с.
10. Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике.— М: Наука, 1981.— 352 с.
11. Детинко Ф.М. Об устойчивости работы автобалансира для динамической балансировки// Изв. АН СССР ОТН.— Механика и машиностроение.— 1959.— № 4.— С. 38-45.
12. Горбенко А.Н., Шекун Г.Д. О динамике самобалансирующего устройства в конструкции много-дискового ротора// Изв. АН. МТТ.— 1995.— № 3.— С. 48—53.
13. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел.— М.: Наука, 1976.— 432 с.
14. Горбенко А.Н., Цзян Хуань Шуан, Шекун Г.Д. Динамика однодискового ротора с самобалансирующим устройством в линейной постановке// Сб. научных трудов. Комсомольск-на-Амуре. Вестник КнАГТУ, 1995.— Вып.16.— С. 55—63.
15. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.— М: Наука, 1974.— 504 с.

Статья поступила 5 апреля 1999 г.