

**Горбенко А.Н., Радченко О.П.**  
*Керченский морской технологический институт*

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РОТОРА ЦЕНТРОБЕЖНОГО СЕПАРАТОРА С ШАРИКОВЫМ АВТОБАЛАНСИРОМ

Вибративность роторных машин различного назначения может быть снижена путем применения шарикового автобалансира. В настоящее время в Керченском морском технологическом институте ведется исследование эффективности автобалансировки судового центробежного сепаратора нефтепродуктов путем помещения в полость барабана металлических шаров, служащих в качестве корректирующих масс при частотах вращения ротора больше критической, в том числе при рабочих частотах вращения ротора. В рамках указанного исследования необходима разработка математической модели центробежного сепаратора с шариковым автобалансиром, чьему посвящена данная статья.

Ротор центробежного сепаратора представлен как жесткий вертикальный однодисковый гирокопический ротор, расположенный консольно в двух опорах (рис.1). Нижняя опора  $D$  – абсолютно жесткая и шарнирная, а верхняя опора  $B$  – податливая с жесткостью  $K_B$ . Между опорами расположена червячно-винтовая передача ( $G$  – точка зацепления). В опорах создаются горизонтальные реактивные силы. Ротор статически и динамически неуравновешен, имеет две степени свободы. Расположение автобалансира не совпадает с плоскостью дисбаланса, масса  $M_A$  – результат возможных конструктивных изменений центробежного сепаратора. Принято, что вся масса ротора  $M$  сосредоточена в диске. Вал – безмассовый. Демпфирование в рассматриваемой системе характеризуется вязким трением ротора и вязким трением шаров в полости автобалансира.

Расположение ротора центробежного сепаратора с автобалансиром в пространстве в произвольный момент времени показано на рис. 2. Для описания положения ротора используются: неподвижные координатные оси  $xuz$ , из которых ось  $z$  направлена по оси подшипников в недеформированном состоянии; подвижная система координат  $x_B u_B z_B$ , связанная с валом, причем ось  $z_B$  является геометрической осью вала, вокруг которой вращается ротор.

В качестве обобщенных координат механической системы выбираем координаты  $x, y$  точки  $O$  крепления диска к валу и угловые положения  $\varphi_j$  каждого из шаров. Величинами первого порядка малости приняты следующие параметры системы:  $x, y$  – координаты точки  $O$ ;  $\beta, \gamma$  – угловое отклонение  $z_B$  от  $z$  в плоскостях  $xDz$  и  $yDz$  соответственно;  $r$  – эксцентриситет диска;  $\varepsilon$  – угол, характеризующий динамический дисбаланс;  $m$  – масса одного шара.

Уравнения движения механической системы получим с помощью уравнений Лагранжа второго рода в форме [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} = Q_y; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_j} = Q_{\varphi_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $T$  – кинетическая энергия механической системы;  $Q_x, Q_y, Q_z$  – обобщенные силы.

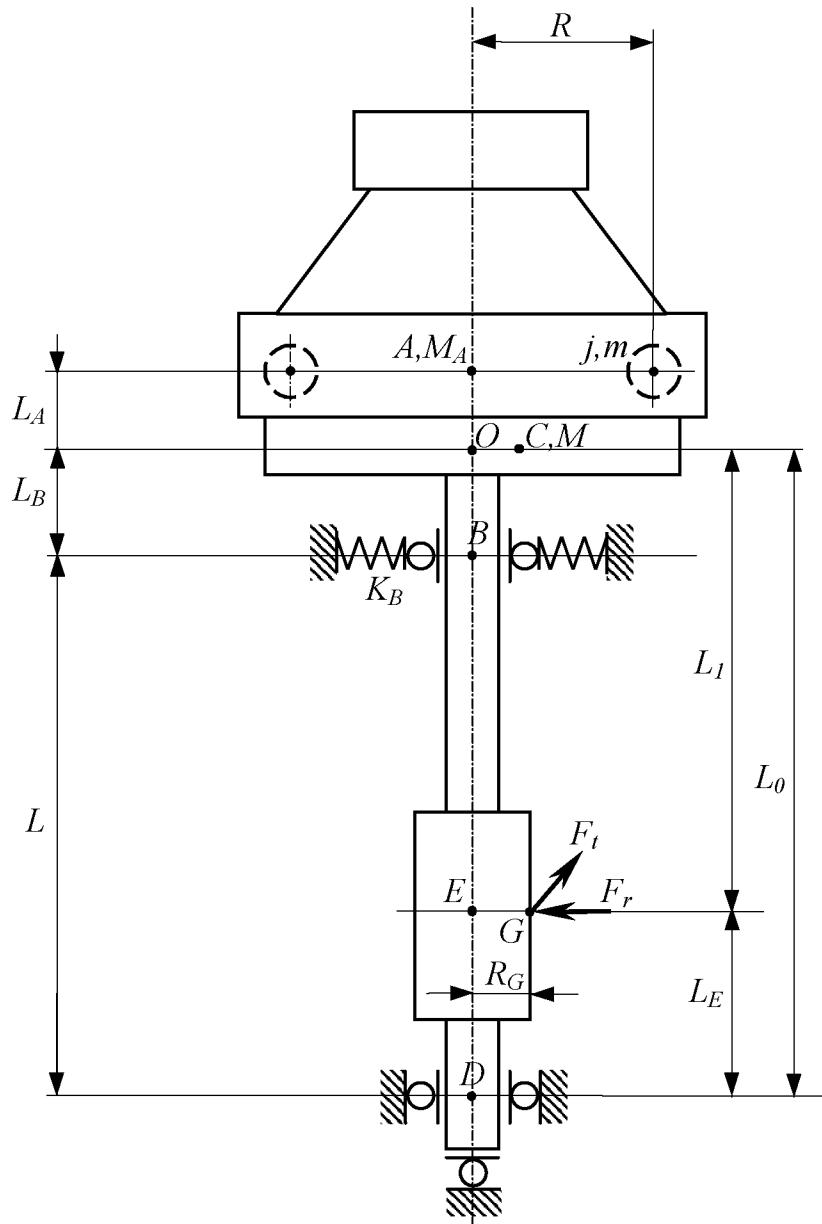


Рис.1. - Физическая модель центробежного сепаратора с АБУ

Кинетическая энергия механической системы  $T$ , складывается из кинетической энергии диска  $T_0$  и автобалансира  $T_{ABU}$ . В свою  $T_0$  очередь представляет собой сумму кинетических энергий переносного и относительного движений, а величина  $T_{ABU}$  - сумму кинетических энергий массы  $M_A$  и шаров. В результате этого получаем следующее выражение для кинетической энергии механической системы:

$$\begin{aligned}
T = & \frac{1}{2}M(\dot{x} - r\omega \sin \omega t)^2 + \frac{1}{2}M(\dot{y} + r\omega \cos \omega t)^2 + \\
& + \frac{1}{2}J\left(\frac{1}{L_0}\dot{x} - \varepsilon r\omega \sin(\omega t + \delta)\right)^2 + \frac{1}{2}J\left(\frac{1}{L_0}\dot{y} + \varepsilon r\omega \cos(\omega t + \delta)\right)^2 + \\
& + \frac{1}{2}J_z\left(\omega + \frac{1}{L_0^2}\dot{x}y + \frac{1}{L_0}(\dot{x} - \omega y)\varepsilon \sin(\omega t + \delta) - \varepsilon^2\omega \sin^2(\omega t + \delta)\right)^2 + \\
& + \frac{1}{2}M_A(1+\nu)^2(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}m\sum_{j=1}^n((1+\nu)\dot{x} - R\dot{\phi}_j \sin \varphi_j)^2 + \\
& + \frac{1}{2}m\sum_{j=1}^n((1+\nu)\dot{y} + R\dot{\phi}_j \cos \varphi_j)^2 + \frac{1}{2}\frac{mR^2}{L_0^2}\sum_{j=1}^n((y\dot{\phi}_j - \dot{x})\cos \varphi_j + (x\dot{\phi}_j + \dot{y})\sin \varphi_j)^2
\end{aligned} \tag{2}$$

где  $J$  – экваториальный массовый момент инерции относительно одной из главных центральных осей инерции, расположенных в поперечном сечении, которые считаем одинаковыми;  $J_z$  – полярный массовый момент инерции;  $\nu$  – безразмерный геометрический показатель равный отношению  $L_A / L_0$ ,  $\delta$  – угол взаимного расположения динамического и статического дисбалансов диска.

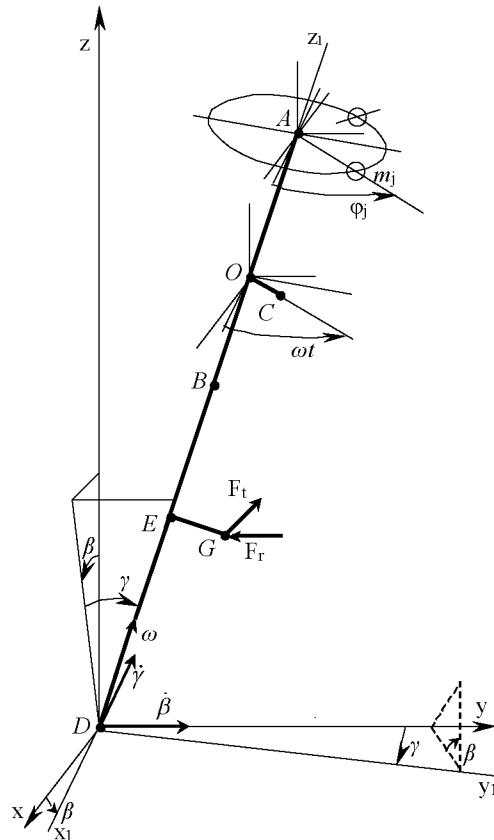


Рис.2. - Геометрическая модель центробежного сепаратора с АБУ

Поскольку механическая система является неконсервативной, то для определения обобщенных сил по обобщенным координатам в исследовании применен наиболее общий способ их определения [1]. Сначала задается вариация одно из обобщенных координат при неизменных других, далее находится работа всех активных сил и определяется обобщенная сила делением работы на вариацию обобщенной координаты. С учетом всех активных сил, действующих в механической системе: реакции в упругой опоре  $B$ , сил вязкого трения, определяемых коэффициентами  $h$  и  $h_\varphi$  для ротора и шаров соответственно и силы в зацеплении  $F_r$  и  $F_t$ , обобщенные силы будут равны:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_X = -\frac{L^2}{L_0^2} K_B x - \frac{L^2}{L_0^2} h_B \dot{x} - \frac{L_E^2}{L_0^2} F_t; \\ Q_Y = -\frac{L^2}{L_0^2} K_B y - \frac{L^2}{L_0^2} h_B \dot{y} - \frac{L_E^2}{L_0^2} F_r; \\ Q_{\varphi_J} = -R^2 h_\varphi (\dot{\varphi}_J - \omega), \end{array} \right. \quad (3)$$

После подстановки в уравнения движения (1) уравнений (2) и (3) в данной работе проводились математические преобразования, в которых не учитывались слагаемые второго и больших порядков малости. Таким образом, система уравнений движения механической системы получена в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ J + M L_0^2 + M_A (L_0 + L_A)^2 \right] \frac{1}{L_0^2} \ddot{x} + \frac{J_z \omega}{L_0^2} y + \frac{L^2}{L_0^2} h_B \dot{x} + \frac{L^2}{L_0^2} K_B x = \\ = M r \omega^2 \cos \omega t - \frac{J_z - J}{L_0} \varepsilon \omega^2 \cos(\omega t + \delta) - \frac{L_0 + L_a}{L_0} m R \sum (\cos \varphi_j)'' - \frac{L_E}{L_0} F_t \\ \left[ J + M L_0^2 + M_A (L_0 + L_A)^2 \right] \frac{1}{L_0^2} \ddot{y} - \frac{J_z \omega}{L_0^2} \dot{x} + \frac{L^2}{L_0^2} h_B \dot{y} + \frac{L^2}{L_0^2} K_B y = \\ = M r \omega^2 \sin \omega t - \frac{J_z - J}{L_0} \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t + \delta) - \frac{L_0 + L_a}{L_0} m R \sum (\sin \varphi_j)'' - \frac{L_E}{L_0} F_t \\ R \ddot{\varphi}_j + \frac{h_\varphi}{m} (\dot{\varphi}_j - \omega) = \frac{L_0 + L_A}{L_0} \ddot{x} \sin \varphi_j - \frac{L_0 + L_A}{L_0} \ddot{y} \cos \varphi_j; \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{array} \right. \quad (4)$$

Полученная математическая модель механической системы в отличии от известных моделей ротора с автобалансиром [2], [3] учитывает особенности установки шарикового автобалансирующего устройства на центробежный сепаратор (например судовой сепаратор нефтепродуктов) и может служить для исследования динамических свойств такой системы.

### Список литературы

- Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 3. - М.: Наука, 1985. - 560с.
- Детинко Ф.М. Об устойчивости работы автобалансира для динамической автобалансировки// Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение. – 1959. – №4. – с. 38-45.
- Нестеренко В.П. Теория и практика устройств автоматической балансировки: Дисс. на соиск. ст. д.т.н. ; - Томск, 1989. – 370 с.

*Библиографическое описание статьи:*

Горбенко А.Н., Радченко О.П. Математическая модель ротора центробежного сепаратора с шариковым автобалансиром // Механизация производственных процессов рыбного хозяйства, промышленных и аграрных предприятий. Сб. науч. тр. КМТИ. – Керчь: КМТИ. – 2001. – Вып.1. – с. 49-52.