Горбенко А.Н.

Керченский государственный морской технологический университет Керчь, Украина

УДК 62-755

АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ В МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ «РОТОР – ПАССИВНЫЙ АВТОБАЛАНСИР»

У роботі встановлено, що автобалансуючий рух простого ротора з автобалансиром забезпечується складною динамічною взаємодією всіх можливих видів консервативних і неконсервативних сил.

It is discovered in the article, that autobalancing motion of the simplest rotor with an autobalancer is provided by difficult dynamic co-operation of all possible types of conservative and unconservative forces.

1. Постановка проблемы. Цель работы.

Автобалансирующие устройства (АБУ) пассивного типа находят применение в роторных машинах (РМ) для снижения уровня их вибрации. Их практическое применение сталкивается с проблемой обеспечения устойчивости автобалансирующего режима движения механической системы (МС) [1-4]. В свою очередь, решение этой проблемы обусловливает необходимость развития аналитической теории АБУ.

Одним из направлений общей теории устойчивости движения является анализ влияния на механическую систему структуры сил, действующих в ней (см. [5-8] и др.). Виды сил классифицируются по ряду формальных признаков на основе системы уравнений возмущенного движения. Знание структуры сил может быть полезным, например, для выявления дестабилизирующих и стабилизирующих факторов, получения необходимых (или достаточных) условий устойчивости (или неустойчивости) движения МС, выбора значений параметров МС на этапе проектирования и т.д.

Целью данной работы является анализ структуры сил, действующих в МС простейшего ротора на осесимметричных вязко-упругих опорах, совершающего плоскопараллельное движение вместе с установленным на нем автобалансиром пассивного типа.

2. Уравнения возмущенного движения

Рассмотрим однодисковый ротор на двух изотропных опорах. Статически неуравновешенный диск ротора расположен посередине между опорами и совершает плоское движение. В плоскости диска расположен автобалансир с компенсирующими массами (КМ) в виде шариков или маятников. Количество КМ n произвольное, но не менее двух.

Данная МС характеризуется следующими физическими параметрами:

ω – угловая скорость вращения ротора, рад/с;

M – масса диска, кг;

r – эксцентриситет, м;

K – жесткость вала и его опор, приведенная к центру диска, Н/м;

β – коэффициент внешнего вязкого демпфирования ротора, $с^{-1}$;

$p = \sqrt{\dfrac{K}{M + nm}}$ – критическая скорость вращения ротора без АБУ (но с массой диска, увеличенной на массу всех КМ), рад/с;

u_A, v_A – текущие координаты геометрического центра диска во вращающейся системе координат, м;

m, n – масса одной КМ (кг) и их количество;

R – радиус окружности движения центров масс КМ в АБУ, м;

h_φ – коэффициент внутреннего вязкого сопротивления движению КМ в АБУ, $с^{-1}$;

α_j – постоянные угловые положения КМ относительно диска в режиме автобалансировки, рад;

φ_j – текущая угловая координата j-й КМ относительно неподвижной оси x, рад;

$\psi_j = \varphi_j - (\omega t + \alpha_j)$ – текущее угловое отклонение j-й КМ от положения идеальной автобалансировки, рад.

Безразмерные параметры МС:

$$\Omega = \frac{\omega}{p}; \quad B = \frac{\beta}{p}; \quad B_0 = \frac{h_\varphi}{p}; \quad \mu = \frac{m}{M + nm},$$

где Ω – угловая скорость вращения ротора;
B – коэффициент внешнего вязкого демпфирования ротора;
B_0 – коэффициент внутреннего вязкого сопротивления движению КМ в АБУ;
μ – относительная масса одной КМ.

Рассматриваемая МС ротора с АБУ допускает автобалансирующее движение. В качестве невозмущенного движения принимается режим идеальной автобалансировки, при котором поперечные движения ротора полностью отсутствуют, а КМ вращаются вместе с ротором, занимая относительно него неподвижные положения α_j. Возмущенное движение соответствует уклонениям МС от невозмущенного движения в результате малых возмущений обобщенных координат.

Систему линеаризованных уравнений возмущенного движения (по первому приближению) для рассматриваемого ротора с АБУ во вращающейся системе координат выпишем в следующем матричном виде:

$$[M_0]\{\ddot{q}\}+[H_0]\{\dot{q}\}+[K_0]\{q\}=\{0\}\ , \qquad (1)$$

где

$$\{q\}=\begin{Bmatrix}\{w_A\}\\ \{\psi\}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}u_A\\ v_A\\ \psi_s\\ \psi_c\end{Bmatrix};\ \{w_A\}=\begin{Bmatrix}u_A\\ v_A\end{Bmatrix};$$

$$\{\psi\}=\begin{Bmatrix}\psi_s\\ \psi_c\end{Bmatrix}=R\begin{Bmatrix}-\sum\limits_{i=1}^{n}\psi_j\sin\alpha_j\\ \sum\limits_{i=1}^{n}\psi_j\cos\alpha_j\end{Bmatrix}$$

$\{q\}$ – вектор вариаций обобщенных координат;
$[M_0]$ – матрица инерции МС;
$[H_0]$ – матрица демпфирования и гироскопичности МС;
$[K_0]$ – матрица жесткости МС.

Матрицы $[M_0]$, $[H_0]$, $[K_0]$ имеют вид:

$$[M_0]=\begin{bmatrix}[E] & \mu[E]\\ \frac{1}{2}[d_c] & [E]\end{bmatrix};$$

$$[H_0]=\begin{bmatrix}[A_\beta] & 2\mu\Omega[E_c]\\ \Omega[d_c][E_c] & B_0[E]\end{bmatrix};$$

$$[K_0]=\begin{bmatrix}[A_p] & -\mu\Omega^2[E]\\ -\frac{1}{2}\Omega^2[d_c] & [0]\end{bmatrix}; \qquad (2)$$

$$[A_\beta]=\begin{bmatrix}B & -2\Omega\\ 2\Omega & B\end{bmatrix};\ [A_p]=\begin{bmatrix}\left(1-\Omega^2\right) & -B\Omega\\ B\Omega & \left(1-\Omega^2\right)\end{bmatrix};$$

$$[E]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix};\ [E_c]=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix};\ [0]=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix};$$

$$[d_c]=\begin{bmatrix}(n-D_c) & -D_s\\ -D_s & (n+D_c)\end{bmatrix};$$

$$D_c=\sum_{j=1}^{n}\cos 2\alpha_j\ ;\ D_s=\sum_{j=1}^{n}\sin 2\alpha_j\ .$$

Дадим некоторые пояснения к уравнениям (1) и формулам (2). В уравнениях (1) используются суммарные обобщенные координаты КМ ψ_s и ψ_c, благодаря чему число уравнений в системе равно 4 независимо от количества КМ n. Безразмерные матрицы $[M_0]$, $[H_0]$, $[K_0]$ – постоянные, размером (4,4) и в (2) для наглядности представлены в виде блочных матриц.

Отметим, что уравнения (1) исследовались в ряде работ (см., например [1-4]), однако здесь они выписаны в матричной форме, что необходимо для последующей классификации действующих сил.

3. Структура сил, действующих в механической системе

Классификация сил основана на формальных свойствах коэффициентов дифференциальных уравнений движения [5, 6].

Приведем уравнения (1) к виду:

$$\{\ddot{q}\}+[H]\{\dot{q}\}+[K]\{q\}=\{0\}\ , \qquad (3)$$

где $[H]=[M_0]^{-1}[H_0];\ [K]=[M_0]^{-1}[K_0]$.

Представим матрицы $[H]$ и $[K]$ в виде сумм симметричных $[H_1]$, $[K_1]$ и кососимметричных $[H_2]$, $[K_2]$ матриц:

$$[H]=[H_1]+[H_2];\ [K]=[K_1]+[K_2], \qquad (4)$$

где

$$[H_1]=[H_1]^T=\frac{1}{2}\left([H]+[H]^T\right);$$

$$[H_2]=-[H_2]^T=\frac{1}{2}\left([H]-[H]^T\right);$$

$$[K_1]=[K_1]^T=\frac{1}{2}\left([K]+[K]^T\right);$$

$$[K_2]=-[K_2]^T=\frac{1}{2}\left([K]-[K]^T\right);$$

Тогда уравнения возмущенного движения примут вид:

$$\{\ddot{q}\}+[H_1]\{\dot{q}\}+[H_2]\{\dot{q}\}+[K_1]\{q\}+[K_2]\{q\}=\{0\}\ , \quad (5)$$

Слагаемые, входящие в левую часть (5), представляют собой взятые с обратным знаком обобщенные силы [5, 6]:

- силы инерции $\{\ddot{q}\}$;

- силы $[H_1]\{\dot{q}\}$ – диссипативные силы с полной или неполной диссипацией, либо ускоряющие силы (с отрицательной диссипацией);

- гироскопические силы $[H_2]\{\dot{q}\}$;

- потенциальные консервативные силы упругости $[K_1]\{q\}$;

- неконсервативные позиционные силы $[K_2]\{q\}$.

Для анализа структуры сил, действующих в МС «ротор – пассивный автобалансир» были проведены расчеты характеристик указанных матриц. Расчеты проводились в типичных диапазонах значений параметров МС: B = 0,01…0,2 ; $n\mu$ = 0,001…0,05 ; B_0 = 0,001…0,1 ; D = 0…1; Ω = 1…5. Анализ результатов расчетов позволяет заключить следующее.

Расчеты показали, что при характерных значениях параметров все указанные выше матрицы и вектора ненулевые. Следовательно, в рассматриваемой МС действует весь набор возможных видов сил, а именно: силы инерции, диссипативные силы с неполной диссипацией, гироскопические силы, консервативные силы упругости и неконсервативные позиционные силы. Причем среди них нельзя выделить какие-либо преобладающие силы, либо силы, действием которых можно было бы пренебречь. Динамическое равновесие данной МС обеспечивается совместным действием всех возможных видов сил.

Важное значение имеют диссипативные силы. Согласно расчетам они обладают неполной диссипацией, так как матрица $[H_1]$ не является положительно определенной [5, 6], что установлено по критерию Сильвестра. Следовательно, в данной МС кроме диссипативных сил действуют также ускоряющие силы, пропорциональные $\{\dot{q}\}$. При этом, однако, диссипативные силы доминируют над ускоряющими силами, что установлено по критерию положительности следа матрицы $[H_1]$ [6].

Расчеты показали, что при переходе через границу устойчивости автобалансировки (путем изменения частоты вращения) структура действующих сил не претерпевает качественных изменений.

Согласно классификации в [5] данная МС является активной неконсервативной системой. В таких системах возможно самовозбуждение колебаний. Отметим также, что, как установлено в [5-8] и др., при совместном действии в МС всех видов сил характер их взаимодействия становится нетрадиционным. В частности некоторые обычно стабилизирующие силы могут разрушать устойчивость движения и наоборот.

Заключение

Таким образом, установлено, что в рассмотренной МС действует весь спектр возможных видов сил, что является наиболее сложным случаем для анализа устойчивости или стабилизации системы. Устойчивость автобалансирующего движения МС обеспечивается сложным взаимодействием консервативных сил (инерции, гироскопических и упругости) и неконсервативных сил – диссипативных, ускоряющих и позиционных сил. Полученные результаты будут полезны для дальнейшего развития теории автобалансировки.

Литература

1. Филимонихин Г.Б. К устойчивости основного движения двухмаятникового автобалансира // Доклады НАН Украины, Сер.А. – 1996. № 8. -С.74-78.

2. Филимонихин Г.Б. Зрівноваження і виброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами. – Кіровоград: КНТУ, 2004. – 352с.

3. Горбенко А.Н. Об устойчивости автобалансировки ротора с помощью шариков // Проблемы прочности – 2003. – № 3 (363). – с. 120-129.

4. Горбенко А.Н. О формах собственных колебаний механической системы «ротор – автобалансир» // Вибрации в технике и технологиях – 2007. - №2 (47). – с.43-47.

5. Вибрации в технике: Справочник. Том 1. – М.: Машиностроение, 1978. – 352 с.

6. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1987. – 304 с.

7. Лахаданов В.М. О влиянии структуры сил на устойчивость движения // Прикладная математика и механика. – 1974. – том 38, вып.2. – с. 246–253.

8. Косов А.А. Стабилизация неавтономных потенциальных систем силами иной структуры // Сиб. журн. индустр. матем. – 2005. – том 8, вып.2. – с. 116–123.

Библиографическое описание статьи:

Горбенко А.Н. Анализ структуры сил, действующих в механической системе «ротор – пассивный автобалансир» // Вибрации в технике и технологиях – 2009. - №3 (55). – с.5-7.