

О ВЛИЯНИИ НЕЛИНЕЙНОСТИ ОПОР РОТОРА НА ДИНАМИКУ АВТОБАЛАНСИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА

© Александр Николаевич Горбенко, 2006

У роботі розглядається динаміка автобалансируючого пристрою пасивного типу з урахуванням нелінійної жорсткості опор ротора, обумовленої особливостями кулькових підшипників. Складені рівняння руху і виконаний їх чисельний аналіз. Встановлено, що ефективне і стійке автобалансування за цих умов можливе, включаючи режими багаточастотних субгармонійних коливань початкового ротора.

The dynamics of autobalancing device of passive type taking into account the nonlinear inflexibility of supports of rotor, conditioned by the features of the ball-shaped bearings, is examined in work. Equations of motion are worked out and their numerical analysis is executed. It is set, that the effective and steady autobalancing at these terms is possible, setting modes of multifrequency subharmonic vibrations of initial rotor.

1. Постановка проблемы

Автобалансирующие устройства (АБУ) пассивного типа находят применение в роторных машинах для снижения уровня их вибрации. При этом опоры, на которых установлен ротор, в общем случае обладают более или менее выраженными нелинейными свойствами, в частности нелинейной жесткостью. Источниками нелинейности чаще всего служат особенности подшипников ротора. В результате этого в механической системе могут возбуждаться интенсивные многочастотные колебания в рабочем диапазоне частот вращения ротора. Таким образом, существует проблема обеспечения эффективной работы АБУ в условиях проявления нелинейных динамических свойств вращающегося ротора.

2. Анализ существующих исследований

Изучению автобалансирующих устройств посвящено множество работ (см. [1-6] и др.). В них установлено, что механическая система «линейный ротор - АБУ» является нелинейной системой. Учет же нелинейности жесткостных свойств может еще более усложнить ее поведение и затруднить автобалансировку ротора. Литературный обзор, выполненный автором, показывает, что в существующих работах изучалась лишь динамика АБУ, установленных на роторе с линейными свойствами.

Динамика обычных роторов с учетом нелинейной жесткости подшипниковых узлов изучалась в работах [7-9]. Результаты этих работ используются далее для математического моделирования движения рассматриваемой механической системы.

3. Цель работы

Целью настоящей работы является анализ эффективности автобалансировки ротора, вращающегося в опорах с нелинейной жесткостью. Исследование проводится для распространенного в технике случая, когда опоры ротора представляют собой шариковые подшипники качения, установленные в податливые корпусные детали. По существу к такой же физической модели приводит рассмотрение ротора с гибким валом на шарикоподшипниках.

4. Упругие свойства опор с шариковыми подшипниками

Известно, что величина радиальной реакции шарикового подшипника связана с его деформацией степенной зависимостью вида [7]

$$P_b(\Delta_b) = h_b \Delta_b^\alpha \quad (\text{Н}), \quad (1)$$

где $h_b = 9,91 \cdot 10^{13} \cdot l_b^{-1,5} z_b d_s^{0,5} \cos \gamma$ ($\text{Н} \cdot \text{м}^{-1,5}$); $\alpha = 3/2$; Δ_b – сближение центров внутреннего и наружного колец подшипника (м); d_s, z_b – диаметр (м) и количество тел качения; γ – угол контакта тел качения; l_b – коэффициент, зависящий от типа подшипника.

Отсюда коэффициент жесткости

$$K_b(\Delta_b) = \frac{P_b(\Delta_b)}{\Delta_b} = h_b \Delta_b^{\alpha-1}. \quad (2)$$

Как видим, жесткость шарикового подшипника имеет сугубо нелинейный характер и равна нулю при отсутствии нагрузки, в отличие от линейной модели опоры.

Необходимым условием автобалансировки является наличие противофазы в движении ротора, что имеет место, когда рабочая частота вращения больше критической. Для обеспечения этого условия необходимо снизить общую жесткость опор, для чего подшипник качения устанавливается в податливый корпус (обойму). Жесткость податливого элемента будем полагать линейной. Установка подшипника в податливую обойму создает конструктивную систему опорного узла с сочетанием линейных и нелинейных жесткостей.

Общая жесткость комбинированной опоры определяется следующими выражениями, полученными на основе известных соотношений для случая двух последовательно соединенных пружин:

$$K(\Delta) = \frac{K_k K_b(\Delta_b)}{K_k + K_b(\Delta_b)}; \quad \Delta_b = \frac{K_k - K(\Delta)}{K_k} \cdot \Delta, \quad (3)$$

где K_k, Δ_k – коэффициент жесткости и деформация податливой обоймы; $\Delta = \Delta_k + \Delta_b$ – общее радиальное смещение оси подшипника.

Выражения (3) неявным образом определяют зависимость $K(\Delta)$ и использовались далее в численных расчетах движения механической системы.

На рис. 1 показаны графики изменения общей жесткости опоры в безразмерном виде при различных значениях параметра $\delta_{kb} = K_k / K_b(\Delta_{b0})$, где в качестве характерной деформации подшипника принято $\Delta_{b0} = 1 \cdot 10^{-5}$ м. Параметр δ_{kb} характеризует соотношение линейной и нелинейной жесткостей. Из графиков видно, что наличие податливой линейной обоймы снижает степень нелинейности опорного узла. Однако, в зоне малых перемещений жесткость опоры всегда нелинейная.

5. Уравнения движения

Рассмотрим механическую систему, изображенную на рис. 2. Однодисковый изотропный неуравновешенный ротор установлен на двух упругих опорах и вращается с постоянной угловой скоростью ω . Вал ротора полагаем абсолютно жестким. Диск массой M установлен посередине вала и совершает плоское движение. Его центр масс C отстоит от точки O крепления диска к валу на расстояние $r = OC$ (эксцентриситет).

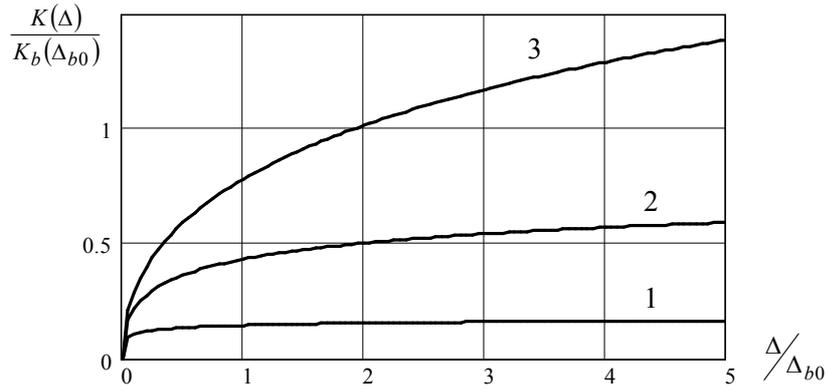


Рисунок 1 – Общая жесткость комбинированной опоры:

1 – $\delta_{kb}=0,2$; 2 – $\delta_{kb}=1$; 3 – $\delta_{kb}=5$

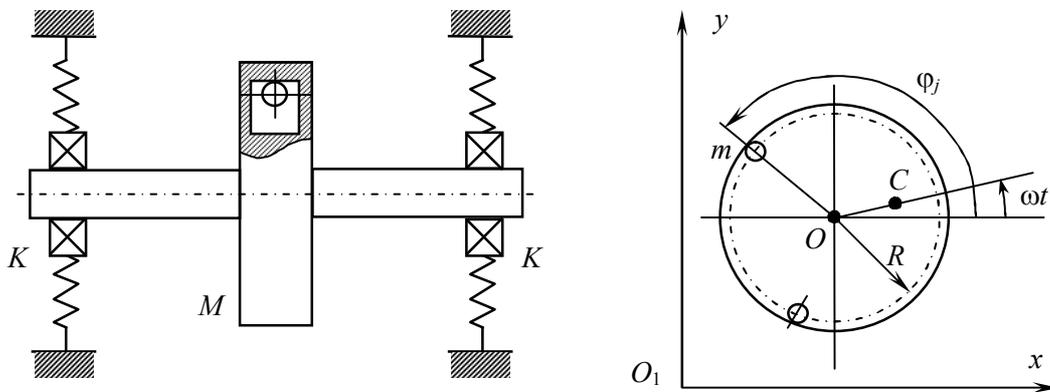


Рисунок 2 – Механическая система «ротор – автобалансир»

В диске имеется цилиндрическая полость, ось которой проходит через точку O . В нее помещено n шариков массой m каждый. Шарiki имеют возможность свободно перемещаться по окружности радиуса R . Текущее положение диска характеризуется координатами x, y точки O , а угловое положение j -го шарика – углом φ_j , отсчитываемым от неподвижной оси x . Указанные величины принимаем в качестве обобщенных координат механической системы. Опоры ротора обладают нелинейной жесткостью. Демпфирующие свойства системы будем полагать линейными и характеризовать коэффициентом β внешнего вязкого трения ротора и коэффициентом β_0 вязкого трения шариков в полости АБУ, частично или полностью заполненной вязкой жидкостью.

Уравнения движения рассматриваемой механической системы, полученные на основе уравнений Лагранжа 2-го рода, имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \beta \dot{x} + \frac{k_p}{M_\Sigma} K(\Delta)x &= \mu_c r \omega^2 \cos \omega t + \mu R \sum_{j=1}^n (\dot{\varphi}_j^2 \cos \varphi_j + \ddot{\varphi}_j \sin \varphi_j); \\ \ddot{y} + \beta \dot{y} + \frac{k_p}{M_\Sigma} K(\Delta)y &= \mu_c r \omega^2 \sin \omega t + \mu R \sum_{j=1}^n (\dot{\varphi}_j^2 \sin \varphi_j - \ddot{\varphi}_j \cos \varphi_j); \\ R \ddot{\varphi}_j + R \beta_0 (\dot{\varphi}_j - \omega) &= \ddot{x} \sin \varphi_j - \ddot{y} \cos \varphi_j, \quad j=1,2,\dots,n, \end{aligned} \quad (4)$$

где $M_\Sigma = M + nm$; $\mu = \frac{m}{M_\Sigma}$; $\mu_c = \frac{M}{M_\Sigma}$; $\Delta = (x^2 + y^2)^{0,5}$ – текущее радиальное отклонение оси диска (текущая амплитуда колебаний); $k_p=2$ – количество опор ротора.

Полученные уравнения движения (4) отличаются от известных тем, что коэффициент жесткости не постоянный, а зависит от текущего радиального отклонения диска Δ согласно (3).

6. Расчетное исследование автобалансировки

Аналитическое решение системы нелинейных дифференциальных уравнений (4) не представляется возможным. В связи с этим для анализа динамических свойств механической системы используем метод численного интегрирования уравнений движения.

Предварительно были рассчитаны амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) ротора без АБУ, т.е. зависимости максимального отклонения диска Δ_m в стационарном движении от ω . В качестве значений параметров приняты следующие: $M = 4$ кг; $r = 1 \cdot 10^{-5}$ м; $\beta = 100$ с⁻¹; $d_s = 0,0071$ м; $z_b = 8$; $\gamma = 0$; $l_b = 280$. На рис. 3 приведены АЧХ колебаний ротора в двух вариантах жесткости податливых обойм: при $K_k = 5 \cdot 10^7$ Н/м (относительно мягкие опоры) и при $K_k = 1 \cdot 10^8$ Н/м (относительно жесткие опоры). В первом варианте $\delta_{kb} = 1,12$, а во втором – $\delta_{kb} = 2,24$. В обоих вариантах шариковые подшипники одинаковые.

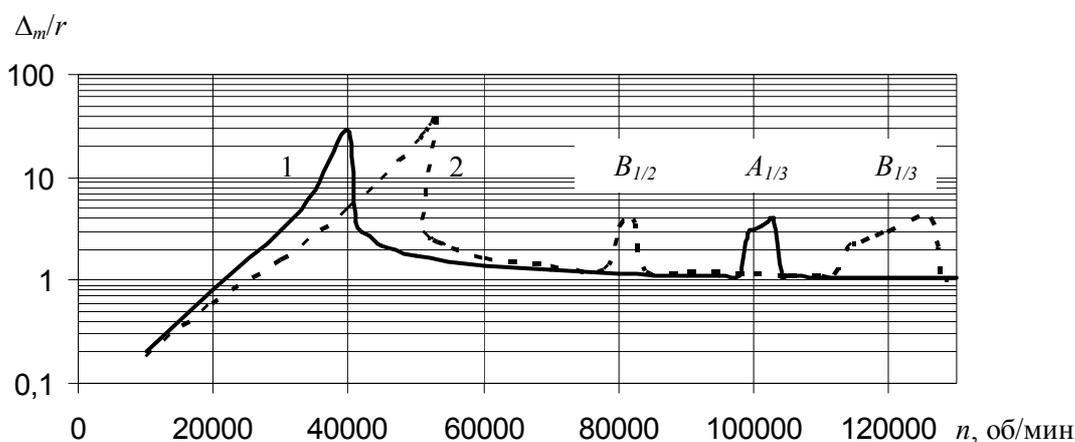


Рисунок 3 – Амплитудно-частотные характеристики ротора без АБУ:

1 – $K_k = 5 \cdot 10^7$ Н/м; 2 – $K_k = 1 \cdot 10^8$ Н/м; $B_{1/2}$ – зона субгармонических колебаний порядка 1/2; $A_{1/3}$, $B_{1/3}$ – зоны субгармонических колебаний порядка 1/3

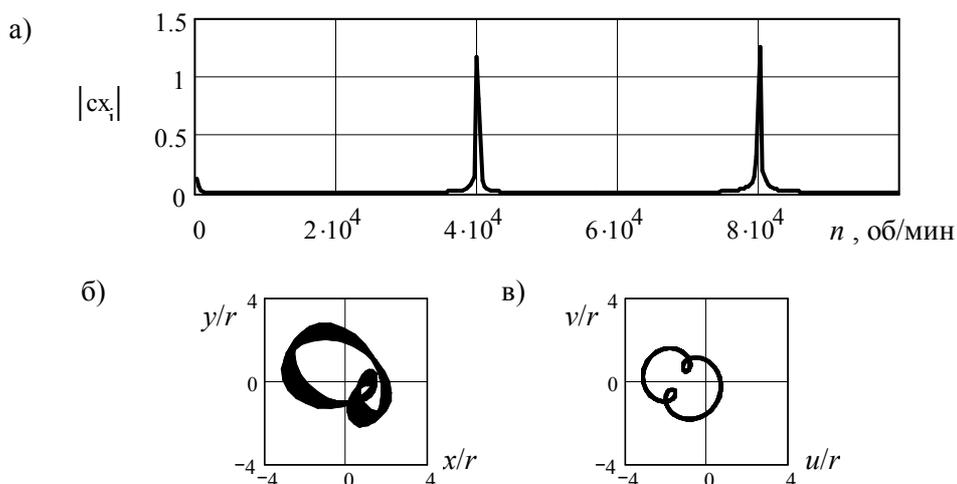


Рисунок 4 – Субгармонические колебания порядка 1/2:

а – спектр колебаний; б, в – траектории движения центра диска в неподвижных и вращающихся координатах

Из графиков видно проявление особенностей, характерных для нелинейных систем – наклонные резонансные пики, возможность существования двух устойчивых режимов движения при одной частоте вращения и наличие зон субгармонических колебаний. При субгармонических колебаниях имеют место двухчастотные колебания ротора, поэтому центр диска двигается по некруговой траектории. В качестве примера на рис.4 показаны характеристики субгармонических колебаний порядка 1/2 ротора на жестких опорах при частоте вращения 80000 об/мин (зона $B_{1/2}$). В остальных зонах АЧХ ротор совершает прямую круговую прецессию, при которой $\Delta_m = \Delta = const$. Сравнение АЧХ между собой показывает, что в случае применения более жестких опор нелинейные свойства проявляются сильнее.

Далее были выполнены численные расчеты движения ротора с АБУ. Параметры автобалансира приняты следующие: $n=2$; $m=6$ г; $R=0,04$ м; $\beta_0=0,5$ с⁻¹. При этом емкость АБУ равна $E=nmR/(Mr)=1,2$. Численное интегрирование уравнений движения (4) выполнялось при начальных условиях: $x(0)=y(0)=\dot{x}(0)=\dot{y}(0)=0$; $\varphi_1(0)=\alpha+10$ град; $\varphi_2(0)=-\varphi_1(0)$; $\dot{\varphi}_1(0)=\dot{\varphi}_2(0)=\omega$, где α – автобалансирующее положение шарика. Механическая система приходит к установившемуся движению после переходного процесса, продолжительность которого принималась равной времени четырех тысяч оборотов ротора.

На рис. 5 показаны результаты расчета движения ротора с АБУ и мягкими опорами ($K_k=5 \cdot 10^7$ Н/м), вращающегося с частотой $n_p = 60000$ об/мин, при которой исходный ротор совершал круговую прецессию. Из графиков видно, что после переходного процесса система приходит к режиму устойчивой автобалансировки. В результате этого ротор движется с относительной амплитудой колебаний Δ_m/r равной 0,059 вместо 1,386 для исходного ротора. Таким образом, принципиально установлено, что при нелинейной жесткости опор ротора возможна эффективная и устойчивая автобалансировка. При этом характеристики динамики движения ротора и шариков в АБУ (рис. 5) качественно такие же, что и в случае линейной жесткости опор (см. [1-6]).

Отметим, однако, следующие отличительные особенности. В результате снижения амплитуда колебаний происходит снижение коэффициента жесткости опор ротора (согласно рис. 1), а значит и частоты собственных колебаний системы. Данное обстоятельство, учитывая известные особенности динамики АБУ, должно способствовать расширению области устойчивости автобалансировки. Другая особенность связана со следующим известным свойством ротора на шариковых подшипниках. При росте эксцентриситета, что неизбежно в процессе эксплуатации, резонансный пик АЧХ сдвигается в сторону больших частот [7-9]. Это может привести к потере устойчивости режима автобалансировки.

Представляет практический интерес выяснение способности автобалансира эффективно работать в случае субгармонических колебаний исходного ротора. С этой целью был произведен расчет для частоты вращения $n_p = 100000$ об/мин, при которой ротор без АБУ совершает субгармонические колебания порядка 1/3 (зона $A_{1/3}$). Расчет показал, что движение ротора с АБУ качественно не отличается от графиков на рис. 5. Такие же результаты дали расчеты ротора с более жесткими опорами для субгармонических колебаний порядков 1/2 и 1/3. Таким образом, установлено, что автобалансиры способны эффективно работать и в условиях многочастотных колебаний исходного ротора.

Для наглядности на рис. 6 показаны расчётные АЧХ ротора без автобалансира и с ним для критического диапазона частот вращения. АЧХ ротора с АБУ соответствует движению в конце переходного процесса продолжительностью 4000 оборотов.

7. Выводы

В результате выполненного анализа установлено, что автобалансиры способны устойчиво работать и существенно снижать амплитуды колебаний ротора в условиях, когда опоры обладают нелинейной жесткостью, обусловленной особенностями шариковых подшипников. При этом АБУ способен эффективно подавлять многочастотные субгармонические колебания ротора.

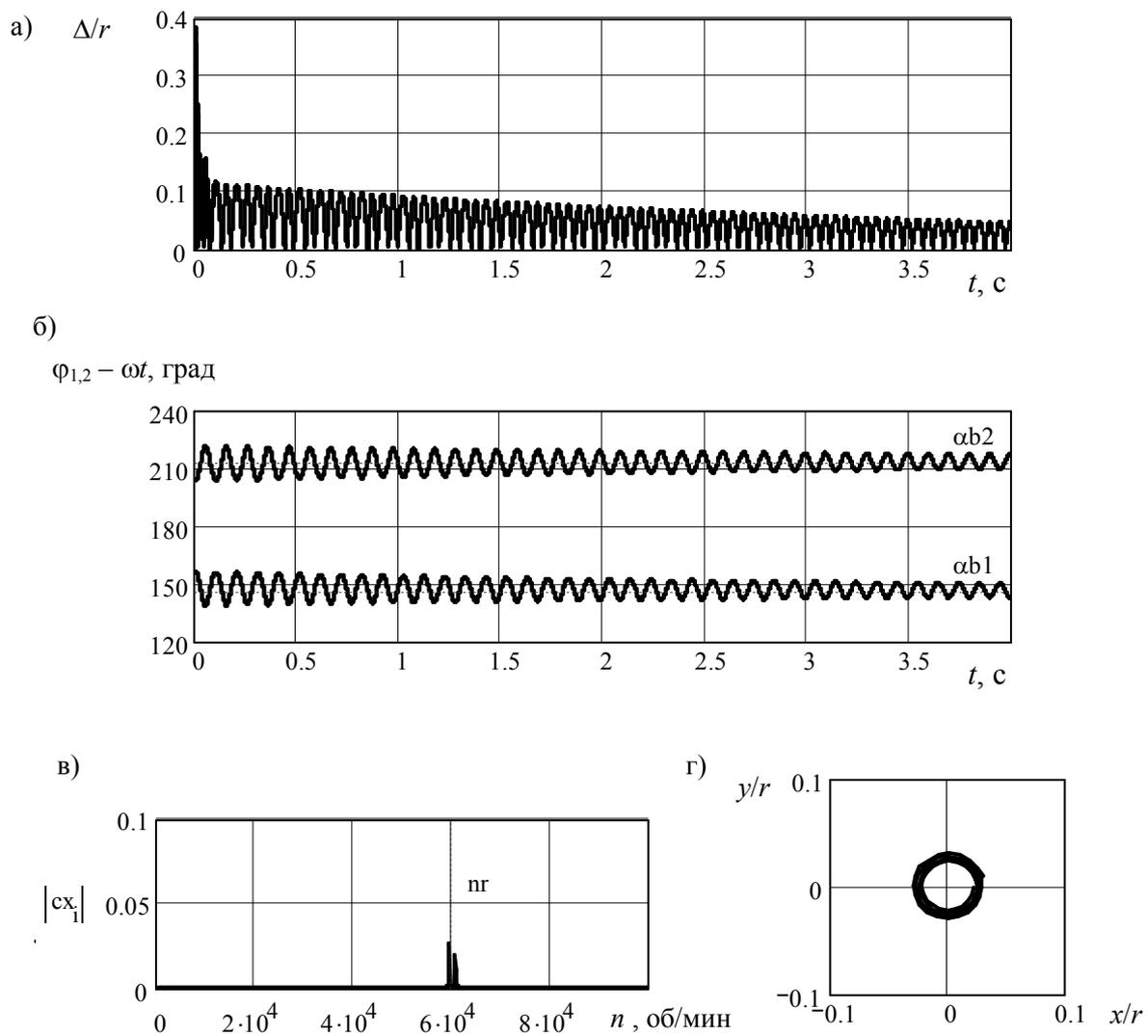


Рисунок 5 – Движение ротора с АБУ:

а – амплитуда колебаний ротора; б – движение шариков относительно диска;
 в, г – спектр колебаний и траектория движения центра диска в неподвижных координатах в конце переходного процесса

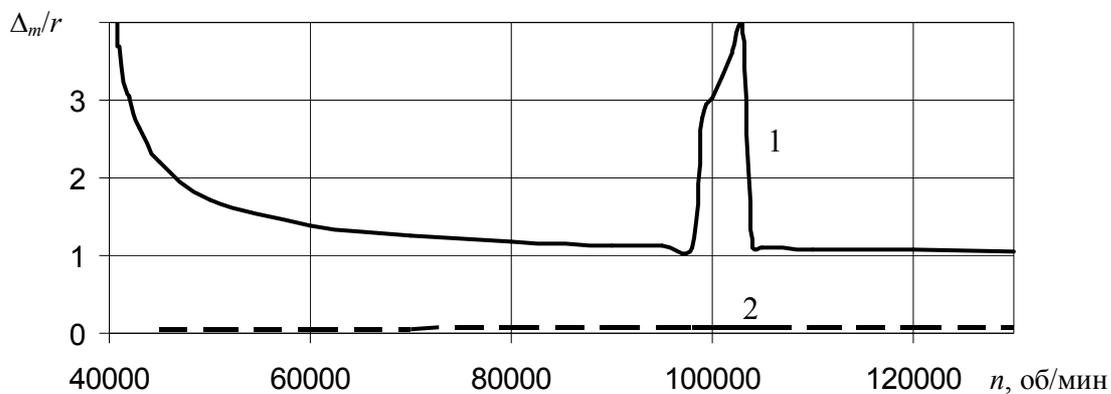


Рисунок 6 – Амплитудно-частотные характеристики ротора без АБУ (1) и с АБУ (2)

Список литературы

1. Детинко Ф.М. Об устойчивости работы автобалансира для динамической автобалансировки // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. – 1959. – №4. – С. 38-45.
2. Нестеренко В.П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы. - Томск: Изд-во Томского ун-та, 1985. - 84 с.
3. Горбенко А.Н. Конечно-элементный анализ динамики ротора с автобалансирующими устройствами // Вибрации в технике и технологиях – 2004. - №6(38). – с. 127- 130.
4. Горбенко А.Н. Об устойчивости автобалансировки ротора с помощью шариков // Проблемы прочности – 2003. – № 3 (363). – с. 120-129.
5. Горбенко А.Н., Радченко О.П. Определение границ устойчивости процесса автобалансировки ротора шарами путем численного решения уравнений движения // Механика и машиностроение. - 2000. - №1. – С. 123-127.
6. Филимонихин Г.Б. Зрівноваження і віброзахист роторів автобалансирами з твердими коригувальними вантажами. – Кіровоград: КНТУ, 2004. – 352с.
7. Вибрации в технике: Справочник. Том 3. – М.: Машиностроение, 1978. – 544 с.
8. Кельзон А.С., Журавлев Ю.Н., Январев Н.В. Расчет и конструирование роторных машин. – Л.: Машиностроение, 1977. – 288 с.
9. Кельзон А.С., Циманский Ю.П., Яковлев В.И. Динамика роторов в упругих опорах. – М.: Наука, 1982. – 280 с.

Аннотация

В работе рассматриваются особенности динамики автобалансирующего устройства пассивного типа с учетом нелинейной жесткости опор ротора, обусловленной особенностями шариковых подшипников. Составлены уравнения движения и выполнен их численный анализ. Установлено, что эффективная и устойчивая автобалансировка при этих условиях возможна, включая режимы многочастотных субгармонических колебаний исходного ротора.

Библиографическое описание статьи:

Горбенко А.Н. О влиянии нелинейности опор ротора на динамику автобалансирующего устройства // Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. Украинский межвед. наук-техн. сб. – Львов: НУ «Львовская политехника», 2006. – Вып. 40. – с.63-69.