

ВЛИЯНИЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА КОЛЕБАНИЯ РОТОРА С ШАРИКОВЫМ АВТОБАЛАНСИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ

А.Н. ГОРБЕНКО

Керченский морской технологический институт

Одним из способов снижения вибрации и напряженности машин роторного типа является применение автобалансирующих устройств (АБУ). Среди последних находят применение шариковые АБУ, представляющие собой диск с цилиндрической полостью, концентрической геометрической оси вращения ротора и заполненными шарами. Существует ряд работ, в которых анализируется динамика подобных устройств, например [1,2,3,4]. В данной работе исследуются особенности колебаний однодискового неуравновешенного ротора с АБУ и находящихся в нем шариков, вызванные действием силы тяжести.

Рассмотрим движение механической системы, состоящей из неуравновешенного диска массой M , насаженного на равномерно вращающийся горизонтальный вал, и n шариков массой m каждый, имеющих возможность двигаться по кольцевой беговой дорожке радиуса R (рис.1). Центр масс диска C отстоит от оси вращения O на величину эксцентриситета $OC = r$. Угловые положения диска и j -го шарика характеризуются углами ωt и ϕ_j , отсчет которых ясен из рис. 1. Система движется под действием сил неуравновешенности диска и шариков и их сил тяжести. Кроме того, при движении механической системы ротор и шарики в АБУ подвергаются воздействию сил вязкого трения. Силы трения будем полагать малыми, что вполне оправдано при частотах вращения, удаленных от критических. При характерных конструкциях, размерах и режимах работы АБУ силы тяжести также можно рассматривать как малые величины по сравнению с силами неуравновешенности [4]. Система уравнений движения АБУ с учетом действия сил тяжести в неподвижной системе координат может быть получена в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{z} + p^2 z &= \bar{M} r \omega^2 e^{i\omega t} + \bar{m} R \sum_{j=1}^n (\dot{\phi}_j^2 - i\ddot{\phi}_j) e^{i\phi_j} - \mu(\beta \dot{z} + ig); \\ R \ddot{\phi}_j &= \ddot{x} \sin \phi_j - \ddot{y} \cos \phi_j - \mu(\beta_0 R (\dot{\phi}_j - \omega) + g \cos \phi_j), \quad j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (1)$$

где $z = x + iy$; $i = \sqrt{-1}$; $p^2 = K / (M + nm)$; $\bar{M} = M / (M + nm)$; $\bar{m} = m / (M + nm)$; x, y - координаты точки O ; K - изгибная жесткость вала; g - ускорение свободного падения; β, β_0 - коэффициенты вязкого трения ротора и шариков; ω - угловая скорость вращения вала.

Уравнения движения диска здесь представлены в комплексной форме с целью компактности записи и упрощения выкладок. В уравнения введен малый параметр μ для указания малых величин, отра-

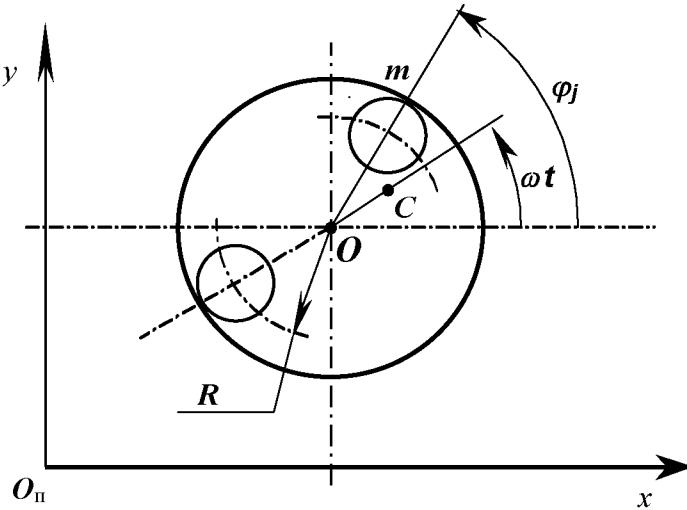


Рис. 1 Шариковое автобалансирующее устройство

жающих влияние силы тяжести, и после получения решения принимается $\mu = 1$. Полученная система уравнений при $g=0$ совпадает с известными уравнениями движения АБУ [2, 3].

Для анализа системы уравнений (1) воспользуемся методом малого параметра, в соответствии с которым решение разыскивается в виде разложения функций в ряд по малому параметру μ . Ограничившись двумя первыми членами ряда, колебания диска и шариков приближенно представляются в виде:

$$z = z_0 + \mu z_1 ; \quad \varphi_j = \varphi_{0j} + \mu \psi_j , \quad j = 1, 2, \dots, n . \quad (2)$$

Будем исследовать вынужденные нерезонансные движения системы, считая свободные колебания затухающими.

Решение порождающей системы, соответствующей уравнениям (1), известно и в общем случае имеет вид [2,3]

$$\begin{aligned} z_0 &= \frac{R\omega^2}{p^2 - \omega^2} (\bar{M}\bar{r} + \bar{m}C) e^{i\omega t} ; \\ \varphi_{0j} &= \omega t + \alpha_j , \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$C = \sum_{j=1}^n \cos \alpha_j , \quad \bar{r} = \frac{r}{R} .$$

В основном движении АБУ шарики неподвижны по отношению к диску, а занимаемое ими положение характеризуется постоянными углами α_j . Анализ устойчивости решений (3) показывает, что амплитуда колебаний диска и положение шариков в полости АБУ существенно зависят от режима работы [2,3]:

$$при \quad \omega < p \quad z_0 = \frac{R\omega^2}{p^2 - \omega^2} (\bar{M}\bar{r} + n\bar{m}) e^{i\omega t}; \quad \alpha_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (4)$$

$$при \quad \omega > p \quad z_0 = 0; \quad \sum_{j=1}^n \cos \alpha_j = -\frac{\bar{M}r}{\bar{m}R}; \quad \sum_{j=1}^n \sin \alpha_j = 0. \quad (5)$$

В первом случае имеет место усиление колебаний из-за расположения всех шариков в "тяжелой" части диска. Во втором случае шарики занимают положение, при котором общий центр масс системы лежит на оси вращения, в результате чего колебания диска отсутствуют (автобалансировка ротора).

После подстановки (2) в (1) получаем систему уравнений по малому параметру μ , характеризующую дополнительное движение системы под действием сил тяжести и трения, в виде

$$\begin{aligned} \ddot{z}_1 + p^2 z_1 &= \bar{m}R \sum_{j=1}^n (\dot{\phi}_{0j} \psi_j + 2\dot{\phi}_{0j} \dot{\psi}_j + i(\dot{\phi}_{0j}^2 \psi_j - \dot{\psi}_j)) e^{i\Phi_{0j}} - \beta \dot{z}_0 - ig; \\ R\ddot{\psi}_j &= \ddot{x}_1 \sin \phi_{0j} - \ddot{y}_1 \cos \phi_{0j} + (\ddot{x}_0 \cos \phi_{0j} + \ddot{y}_0 \sin \phi_{0j}) \psi_j - g \cos \phi_{0j} - \beta_0 R(\dot{\phi}_{0j} - \omega), \quad j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (6)$$

Под воздействием внешнего силового фактора – силы тяжести – шарики не остаются неподвижными в полости АБУ, а начинают совершать малые угловые колебания относительно него. Параметры этих колебаний будем полагать одинаковыми для всех шариков, что приблизительно верно при условии малости колебаний ротора в целом. Вследствие действия сил трения средние положения шариков в АБУ оказываются несколько смещеными от постоянных углов α_j .

Приближенное решение системы уравнений (6) будем отыскивать путем разложения функции $\psi_j(t)$ в ряд Фурье. Тогда, ограничиваясь первой гармоникой разложения, имеем

$$\psi_j = \gamma + \Phi \cos(\phi_{0j} - \delta), \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (7)$$

где Φ – амплитуда колебаний шариков; γ, δ – постоянные углы.

Подстановка (7) в первое уравнение системы (6) дает выражение для дополнительных колебаний ротора, которое можно представить в виде суммы двух гармоник и постоянного слагаемого

$$z_1 = iA_1 e^{i\omega t} + iA_2 e^{i2\omega t} - i\frac{g}{p^2}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} A_1 &= R \frac{\omega^2}{p^2 - \omega^2} \left(\gamma \bar{m}C - \frac{\beta\omega}{p^2 - \omega^2} (\bar{M}\bar{r} + \bar{m}C) \right); \\ A_2 &= 2\Phi \bar{m}R \frac{\omega^2}{p^2 - 4\omega^2} (D_C + iD_S) e^{-i\delta}; \\ D_C &= \sum_{j=1}^n \cos 2\alpha_j; \quad D_S = \sum_{j=1}^n \sin 2\alpha_j. \end{aligned}$$

Далее подставляем (8) во второе уравнение системы (6), предварительно просуммированное по всем шарикам $j=1,2,\dots,n$. В результате после преобразований получаем систему из трех алгебраических уравнений. Её решение дает следующие выражения для искомых параметров колебаний шариков в общем случае:

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{g}{R\omega^2} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{p^2 - \omega^2} \left(\frac{\bar{M}\bar{r}}{C} + \bar{m} \right) (n + D_C) + 8\bar{m} \frac{\omega^2}{p^2 - 4\omega^2} D_C \right]^{-1}; \\ \gamma &= -\frac{\beta\omega}{p^2 - \omega^2} \left(1 + \frac{\bar{m}C}{\bar{M}\bar{r}} \right); \\ \delta &= -\frac{\frac{1}{2} \frac{\omega^2}{p^2 - \omega^2} \left(\frac{\bar{M}\bar{r}}{C} + \bar{m} \right) - 8\bar{m} \frac{\omega^2}{p^2 - 4\omega^2}}{1 - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{p^2 - \omega^2} \left(\frac{\bar{M}\bar{r}}{C} + \bar{m} \right) (n + D_C) + 8\bar{m} \frac{\omega^2}{p^2 - 4\omega^2} D_C} \cdot D_s.\end{aligned}\quad (9)$$

Учитывая, что характер устойчивого расположения шариков в АБУ существенно различается в до- и зарезонансных областях ω (см. формулы (4), (5)), приведем частные случаи выражения для амплитуды колебаний шариков:

$$\begin{aligned}&\text{при } \omega < p \quad \Phi = \frac{g}{R\omega^2} \left[1 - \frac{\omega^2}{p^2 - \omega^2} (\bar{M}\bar{r} + n\bar{m}) + 8n\bar{m} \frac{\omega^2}{p^2 - 4\omega^2} \right]^{-1}; \\ &\text{при } \omega > p \quad \Phi = \frac{g}{R\omega^2} \left[1 + 8\bar{m} \frac{\omega^2}{p^2 - 4\omega^2} D_C \right]^{-1}.\end{aligned}$$

Здесь учтено, что при $\omega < p$ все шарики располагаются в наиболее "тяжелой" части диска, откуда $D_c=n$.

Таким образом, итоговое движение механической системы описывается уравнениями (3) (основное движение) и (7) - (9) (дополнительные малые колебания). На рисунке 2 представлены зависимости амплитуды колебаний шариков Φ и безразмерных амплитуд дополнительных колебаний ротора $|A_1|/r$ и $|A_2|/r$ от скорости его вращения в случае двухшарикового АБУ ($n=2$). При расчете приняты следующие значения безразмерных параметров: $\bar{m}=0,02$; $\bar{M}=0,9$; $\bar{r}=0,004$; $\beta/(2p)=0,1$; $g/(rp^2)=10$. Отметим также, что в этом случае имеем:

$$\begin{aligned}&\text{при } \omega < p \quad C = D_C = 2; \quad D_s = \delta = 0; \\ &\text{при } \omega > p \quad C = -\bar{M}\bar{r}/\bar{m}; \quad D_C = (\bar{M}\bar{r}/\bar{m})^2 - 2; \quad A_1 = D_s = \gamma = \delta = 0.\end{aligned}$$

Анализ полученных выражений и графиков позволяет указать на некоторые особенности динамики системы. Действие силы тяжести на ротор обуславливает постоянный прогиб вала в вертикальном направлении. Одновременно силы тяжести шариков АБУ вызывают появление второй гармоники в

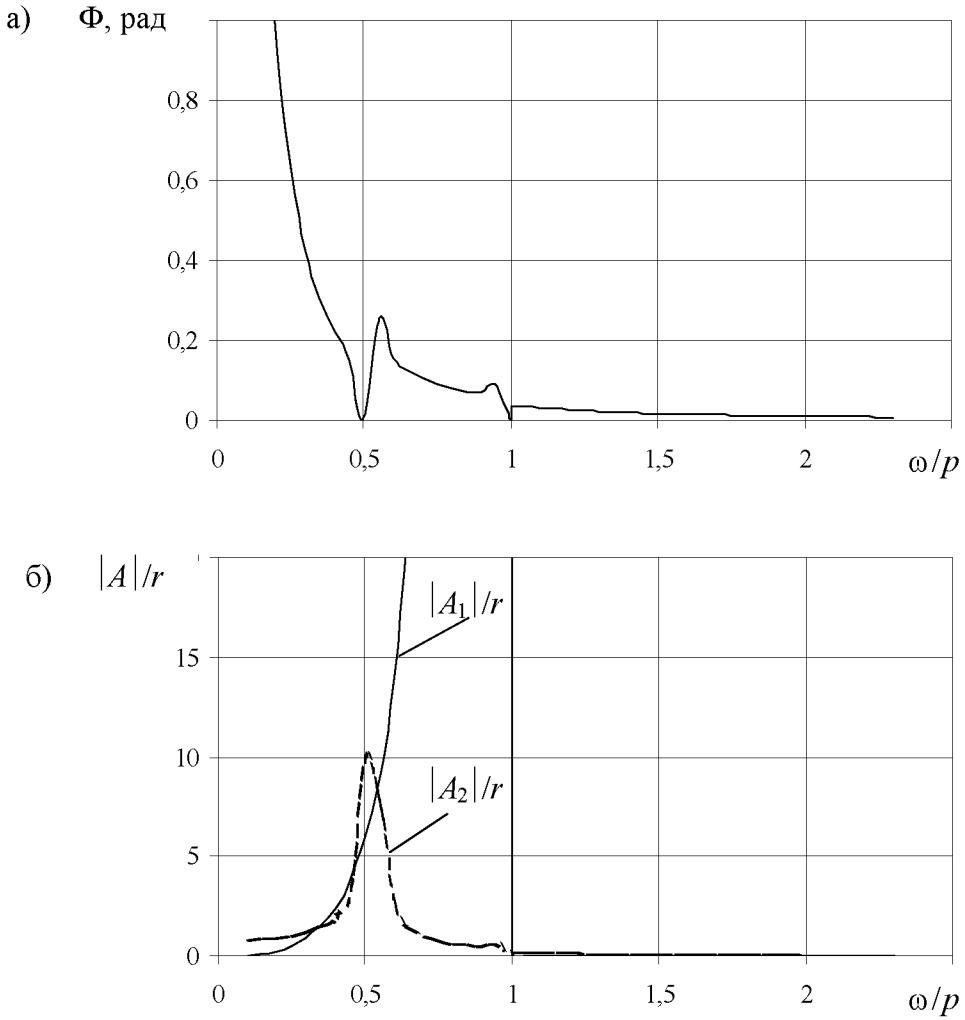


Рис.2. Зависимости амплитуды колебаний шариков (а)
и амплитуд дополнительных колебаний ротора (б) от скорости вращения

колебаниях ротора z_1 . Причём, как видно из рис. 2б, в области скоростей вращения, близких к $\omega=p/2$, наблюдается резкий рост амплитуды A_2 . Это свойство аналогично явлению вторичного резонанса в обычных горизонтальных роторах (например, при анизотропности опор). Наличие второй гармоники в частотном спектре колебаний ротора необходимо также учитывать при отстройке механической системы от резонансных состояний.

На практике нередко автобалансиры выполняются с двумя шариками. На основании (8) можно показать, что в этом случае имеется возможность устранения второй гармоники колебаний ротора ($A_2=0$) при $\omega>p$ путём подбора параметров АБУ в соответствии с равенством

$$Mr = \sqrt{2}mR.$$

При этом обеспечивается $D_C=D_S=0$ и ёмкость автобалансира $E = nmR/(Mr) = \sqrt{2}$. Данное условие может использоваться при практической оптимизации конструкции АБУ.

Анализ показывает, что уровень колебаний шариков и ротора (обусловленных силами тяжести) в зарезонансной области существенно ниже, чем при $\omega<p$. Следовательно, действие сил тяжести проявля-

ется в большей степени при разгоне и выбеге ротора, чем при его вращении на рабочей (зарезонансной) частоте ω_p . В последнем случае влияние сил тяжести может быть заметным лишь для массивных роторов на податливых опорах, с низкими значениями критической скорости p , малым отношением ω_p/p и ёмкостью автобалансира E , заметно отличающейся от $2^{0,5}$.

Помимо указанных особенностей можно заметить, что в случае АБУ с $n>2$ и при $\omega>p$ параметр D_C является неопределенным. Это связано с тем, что в этом случае существует бесконечное множество положений шариков, удовлетворяющих условию (5). С другой стороны величина D_C не может быть выражена через $\sum_{j=1}^n \cos \alpha_j$ и $\sum_{j=1}^n \sin \alpha_j$. Указанная неопределенность расположения шариков не влияет на основное движение системы, однако приводит к некоторой неоднозначности решений (7), (8). В итоге уровень дополнительных колебаний системы в определённой мере будет зависеть от факторов неучтённых в исследуемой модели, в том числе случайных.

Из рис. 2а видно, что амплитуда колебаний шариков в области малых частот вращения ротора неограниченно возрастает. Ясно, что при амплитуде Φ большей π будут иметь место не колебания, а вращение шариков в полости автобалансира. Другим очевидным условием их устойчивости является необходимость превышения центробежных сил над силой тяжести. Последнее ограничение более жёсткое, поэтому условие устойчивости шариков в автобалансире можно записать в виде

$$\omega > \omega_y = \sqrt{\frac{g}{R}}.$$

Для рассмотренного выше примера: $\omega_y / p = 0,2$.

Что касается влияния сил вязкого трения, то, как показывает проведённый анализ, они в целом не изменяют условий автобалансировки ротора в закритической области. Объясняется это тем, что в основном движении прогиб ротора отсутствует, а значит отсутствуют и силы трения.

Таким образом, в работе получены приближённые уравнения, описывающие колебания системы ротор - шариковый автобалансир в условиях действия сил тяжести и трения. Выявлены основные особенности динамики системы, условия и режимы работы, при которых проявления действия сил тяжести будут заметными. Для практически важного случая автобалансира с двумя шариками рекомендуется обеспечивать его ёмкость $E = 2^{0,5}$, что наряду с другими факторами позволит оптимизировать конструкции подобных устройств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агафонов Ю.В. Динамика шарового автобалансира в поле направленных сил // Машиноведение. – 1987. - №1. - с.3-7.
2. Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике. – М.: Наука, 1981. - 352 с.
3. Детинко Ф.М. Об устойчивости работы автобалансира для динамической балансировки // Известия АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. – 1959. - №4. - с. 38-45.
4. Рейбах Ю.С. Устройства для балансировки шлифовальных кругов. – М.: НИИМАШ, 1967. - 84с.

Библиографическое описание статьи:

Горбенко А.Н. Влияние силы тяжести на колебания ротора с шариковым автобалансирующим устройством // Вестник Технологического университета Подолья, 2000, №1 – с. 110-114.